

**MT-01**

June - Examination 2016

**B.A. / B.Sc. Pt. I Examination****Discrete Mathematics****Paper - MT-01****Time : 3 Hours ]****[ Max. Marks :- 67**

**Note:** The question paper is divided into three sections A, B and C. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

**निर्देश :** प्रश्न पत्र तीन खण्डों 'अ', 'ब' और 'स' में विभाजित है। इस प्रश्नपत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैल्कुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

**Section - A****7 × 1 = 7**

(Very Short Answer Questions)

**Note:** Section 'A' contain seven (07) Very Short Answer Type Questions. Examinees have to attempt **all** questions. Each question is of 01 marks and maximum word limit may be thirty words.

**खण्ड - 'अ'**

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :** खण्ड 'अ' में 07 अति लघु उत्तरात्मक प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को सभी प्रश्नों को हल करना है। प्रत्येक प्रश्न के 01 अंक हैं और अधिकतम शब्द सीमा तीस शब्द हैं।

- 1) (i) If the universal set  $u = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  and the set  $A = \{1, 3, 5, 7, 9, \}$ , find the complement  $A'$  of the set A.

यदि सार्वत्रिक समुच्चय  $u = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  तथा  $A = \{1, 3, 5, 7, 9, \}$ , तो A का पूरक समुच्चय  $A'$  ज्ञात कीजिये।

- (ii) If  $G = \{1, W, W^2\}$  be a group with multiplication operation, where W being cubic root of unity. Find the inverse of the element  $W^2$ .

समूह  $G = \{1, W, W^2\}$  गुणन संक्रिया के साथ, में  $W^2$  का प्रतिलोम अवयव बताइये, जहाँ W इकाई का घनमूल है।

- (iii) If  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  and  $B = \{4, 5, 6\}$ , then what is the number of elements of  $A \cup B$ .

यदि  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  व  $B = \{4, 5, 6\}$  तो  $A \cup B$  में अवयवों की संख्या क्या होगी?

- (iv) How many different words can be formed by the letters of the word 'INDEPENDENCE'?

'INDEPENDENCE' शब्द के अक्षरों से कितने विभिन्न शब्द बनाये जा सकते हैं?

- (v) Let  $G = (V, \Sigma, S, P)$  be a grammar, where  $V = \{S, A, B\}$ ,  $\Sigma = \{a, b\}$ ,  $P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow aa, B \rightarrow bb\}$  and S being an initial symbol, then find the language generated by G.

माना  $G = (V, \Sigma, S, P)$  एक व्याकरण है, जहाँ  $V = \{S, A, B\}$ ,  $\Sigma = \{a, b\}$ ,  $P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow aa, B \rightarrow bb\}$

तथा S प्रारम्भिक प्रतीक है। तब G द्वारा जनित भाषा ज्ञात कीजिये।

(vi) Find the complement of Boolean function

$$f_1(x_1, x_2) = [(x_1 + x_2^1) \cdot (x_1^1 + x_2)]$$

बूलीय फलन  $f_1(x_1, x_2) = [(x_1 + x_2^1) \cdot (x_1^1 + x_2)]$  का पूरक ज्ञात कीजिये।

(vii) Define the Planar Graph.

समतलीय ग्राफ को परिभाषित कीजिये।

### Section - B

4 × 8 = 32

(Short Answer Questions)

**Note:** Section 'B' contain Eight (08) Short Answer Type Questions. Examinees will have to answer **any four** (04) questions. Each question is of 08 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 200 words.

### (खण्ड - ब)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :** खण्ड 'ब' में 08 लघु उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को किन्हीं भी चार (04) सवालों के जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 08 अंक का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम 200 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने है।

2) Give two examples of each of empty set and singleton set.

रिक्त समुच्चय व एकल समुच्चय के दो-दो उदाहरण दीजिये।

3) Define special elements in Poset.

पौसेट के विशिष्ट अवयव बताइये।

4) Prove that dual of poset is again poset.

सिद्ध कीजिये कि पौसेट का द्वैती भी पौसेट होता है।

5) Let functions  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  are defined such that

$f(x) = x + 2$  and  $g(x) = x^2$  then find  $g \circ f$ ,  $f \circ g$ ,  $f \circ f$ .

माना फलन  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  इस प्रकार परिभाषित है कि

$f(x) = x + 2$  तथा  $g(x) = x^2$  की  $g \circ f$ ,  $f \circ g$ ,  $f \circ f$  तब ज्ञात कीजिए।

6) There are 10 participants in a competitions. Find the number of ways such that the first three awards can be given.

एक प्रतियोगिता में 10 प्रतियोगी हैं। बताइये कि प्रथम तीन पुरस्कार कितने प्रकार से वितरित किये जा सकते हैं।

7) Define finite state automata.

परिमित अवस्था ऑटोमेटा को परिभाषित कीजिये।

8) State the Idempotent law of Boolean algebra and prove it.

बूलीय बीजगणित के वर्गसम नियम का कथन करे इसे सिद्ध कीजिये।

9) Draw the switching circuits of the following expression.

निम्नलिखित व्यंजको को स्विचन परिपथ के रूप में दर्शाइये।

(i)  $(x + y') \cdot x$

(ii)  $[x \cdot (y \cdot z') + (y' \cdot z)] + (x \cdot y' \cdot z)$

(iii)  $x \cdot z + y \cdot (y' + z) \cdot (x' + y \cdot z')$

(Long Answer Questions)

**Note:** Section 'C' contain 04 Long Answer Type Questions. Examinees will have to answer **any two** (02) questions. Each question is of 14 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 500 words.

(खण्ड - स)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :** खण्ड 'स' में 04 निबंधात्मक प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को किन्हीं भी दो (02) सवालों के जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 14 अंकों का हैं। परीक्षार्थियों को अधिकतम 500 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने है।

10) Prove that the set  $Q^+$  of all positive rational numbers for binary operation  $(*)$  is an Abelian group

$$a * b = \frac{ab}{z} \quad \forall a, b \in Q^+$$

सिद्ध कीजिये कि धनात्मक परिमेय संख्याओं का समुच्चय  $Q^+$  द्विआधारी संक्रिया  $(*)$  हेतु आबेली समूह है।

$$a * b = \frac{ab}{z} \quad \forall a, b \in Q^+$$

11) (i) Prove that the following function  $f: N \rightarrow N$  is not onto function  $f(x) = 5x + 2$

सिद्ध कीजिये कि निम्न फलन  $f: N \rightarrow N$  आच्छादक फलन  $f(x) = 5x + 2$  नहीं हैं।

(ii) Let  $A = \mathbb{R} - \{3\}$ ,  $B = \mathbb{R} - \{1\}$  prove that the following function  $f : A \rightarrow B$  is one-one onto.

माना  $A = \mathbb{R} - \{3\}$ ,  $B = \mathbb{R} - \{1\}$  सिद्ध कीजिये कि निम्न फलन  $f : A \rightarrow B$  एकैकी आच्छादक है।

$$f(x) = \frac{x - y}{x - 3}$$

12) State the Boundedness law and Absorption law of the Boolean algebra and prove them

बूलीय बीजगणित के परिबद्धता नियम व अवशोषण नियम का कथन कर इसे सिद्ध कीजिये।

13) Find the conjunctive normal form of the following functions.

निम्नलिखित फलनों का संयोजनीय रूप (CNF) ज्ञात कीजिये।

(i)  $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \cdot x_2^1 + x_1 \cdot x_3)^1 + x_3^1$

(ii)  $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2) \cdot (x_1^1 + x_3)$

(iii)  $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3) \cdot (x_1 \cdot x_2 + x_1^1 \cdot x_3^1)^1$

(iv)  $f(x_1, x_2, x_3) = \left[ x_1 + (x_1^1 + x_2^1)^1 \right] \cdot \left[ x_1 + (x_2^1 \cdot x_3^1)^1 \right]$